



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پیش آزمون شماره ۱۳
ارده پید هشت ماه ۱۴۰۴



پاسخنامه ریاضی - فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران
۱	حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان		
۲	هندسه	مهریار راشدی	امیرحسین ابومحبوب - احمد رضا فلاح حسن محمدبیگی	داریوش امیری - داود روزبهانی
۳	گسسته	رضا توکلی		
۴	فیزیک	جواد قزوینیان	مرتضی میرخانی	محمدرضا خادمی - امیرعلی قزوینیان
۵	شیمی	مسعود جعفری	محمد عظیمیان زواره	مهدی برزگر - کارو محمدی

واحد فنی (به ترتیب حروف الفبا)

زهرا احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معین الدین تقی زاده - پریا رحیمی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی - انسیه مرزبان

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام @taraaznet مراجعه نمایید.



حسابان

۱. گزینه ۱ صحیح است.

$$a_n = 2n + 1, b_n = 3 \times 2^{n-1}$$

$$c_n = 2a_n - b_n = 4n + 2 - 9 \times 2^{n-2}$$

$$c_n = 4n + 2 - \frac{9}{4} \times 2^n$$

$$S_{10} = \frac{1}{4}(6 + 42) - \frac{9}{4} \times 4 \frac{1 - 4^{10}}{1 - 4}$$

$$S_{10} = 240 - 2(4^{10} - 1) = 243 - 2 \times 4^{10}$$

$$S_{10} = 243 - 2 \times 2^{20}$$

$$\frac{a+b}{n} = \frac{240}{20} = 12$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۳ و ۶)

۲. گزینه ۳ صحیح است.

$$A = \frac{(\sqrt{2}+1)^2}{\sqrt{2}-1} = \frac{(\sqrt{2}+1)^2}{2-1} = (\sqrt{2}+1)^2$$

$$B = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}+1} = \frac{2(\sqrt{3}-1)^2}{3-1} = (\sqrt{3}-1)^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{A} + \sqrt{B} = (\sqrt{2}+1) + \sqrt{3}-1 = \sqrt{2} + \sqrt{3}$$

(ریاضی دهم، صفحه ۶۷)

۳. گزینه ۴ صحیح است.

$$S_1(1, -a) \quad S_2(-2, -4-4b)$$

$$\begin{cases} ax^2 - 2ax = y_1 \Rightarrow 4a + 4a = -4 - 4b \Rightarrow 2a + b = -1 \\ S_2 \in y_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} bx^2 + 4bx - 4 = y_2 \Rightarrow b + 4b - 4 = -a \Rightarrow a + 5b = 4 \\ S_1 \in y_2 \end{cases}$$

از حل دستگاه معادلات، $a = -1$ و $b = 1$ به دست می‌آید. پس $a - b = -2$

(ریاضی دهم، صفحه ۱۰)

۴. گزینه ۴ صحیح است.

دو طرف تساوی را به توان ۲ می‌رسانیم.

$$x + x + 5 + 2\sqrt{x^2 + 5x} = 4 + 2x + 1 + 4\sqrt{2x + 1}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 + 5x} = 2\sqrt{2x + 1}$$

$$x^2 + 5x = 4(2x + 1)$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0 \Rightarrow x = -1, 4$$

فقط $x = 4$ قابل قبول است، پس $a = 4 - \sqrt{2}$ است.

(حسابان یازدهم، صفحه ۲۲)

۵. گزینه ۲ صحیح است.

$$-1 < \frac{4x-1}{x+2} - 2 < 1 \Rightarrow \left| \frac{4x-5}{x+2} \right| < 1$$

$$\Rightarrow |x+2| > |4x-5| \Rightarrow 4x^2 - 20x + 25 < x^2 + 4x + 4$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 24x + 21 < 0 \Rightarrow 1 < x < 7 \Rightarrow -\frac{1}{3} < \frac{x-2}{3} < \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow \left| \frac{x-2}{3} \right| < \frac{5}{3} \Rightarrow \left| \frac{x-2}{3} \right| = 0, 1$$

(ریاضی دهم، صفحه ۹۳)

۶. گزینه ۲ صحیح است.

$$m_{BC} = \frac{4}{3} = 2 \Rightarrow m_{AH} = -\frac{1}{2}$$

$$y - 5 = -\frac{1}{2}(x - 1)$$

معادله ارتفاع AH:

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + \frac{11}{2} \\ y = -x \end{cases} \Rightarrow -x = -\frac{1}{2}x + \frac{11}{2}$$

$$\frac{x}{2} = \frac{11}{2} \Rightarrow M(-11, 11)$$

نقطه تلاقی $M(-11, 11)$

(حسابان یازدهم، صفحه ۳۱)

۷. گزینه ۴ صحیح است.

فرض کنید $g^{-1}(13) = a$ باشد. پس $g(a) = 13$

$$g(a) = 2f^{-1}(1-a) + 3 \Rightarrow f^{-1}(1-a) = 5$$

$$\Rightarrow f(5) = 1-a \Rightarrow 2 = 1-a \Rightarrow a = -1$$

$$\Rightarrow fog^{-1}(13) = f(-1) = -4$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۵۴ و ۶۷)

۸. گزینه ۲ صحیح است.

قرینه نسبت به مبدأ $y = -f(-x) = -\frac{-x}{-x-2} = \frac{-x}{x+2}$

۳ واحد به راست $y = \frac{-(x-3)}{x-3+2} = \frac{-x+3}{x-1}$

وارون $y = \frac{x+3}{x+1}$

$$\Rightarrow \frac{x+3}{x+1} = 2x+3 \Rightarrow 2x^2 + 5x + 3 = x+3 \Rightarrow 2x^2 + 4x = 0$$

$$x = 0, -2$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۹. گزینه ۲ صحیح است.

$$y = a + \log_2(b+x) \Rightarrow 2^{y-a} = b+x$$

$$f^{-1}(x) = 2^{x-a} - b$$

$$f^{-1}(0) = 0 \Rightarrow 2^{-a} - b = 0 \Rightarrow 2^{-a} = b$$

از طرفی $b = 4$ ، زیرا $R_{f^{-1}} = (-4, +\infty)$ ، پس تابع 2^{x-a} را ۴ واحد به سمت پایین انتقال داده‌ایم، پس:

$$\begin{cases} b = 4 \\ a = -2 \end{cases} \Rightarrow a + b = 2$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۱۰. گزینه ۳ صحیح است.

هر یک از اضلاع AB و BC برابر $\sqrt{2}$ است. فرض کنید $OC = a$ باشد.

$$\Delta OBA \quad OA^2 = OB^2 + AB^2 \Rightarrow 20 = (a + \sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2$$

$$\Rightarrow (a + \sqrt{2})^2 = 18$$

$$\Rightarrow a + \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow a = 2\sqrt{2}$$

$$\tan \alpha = \frac{AB}{OB} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2} + \sqrt{2}} = \frac{1}{3}$$

(ریاضی دهم، صفحه ۳۴)

۱۱. گزینه ۴ صحیح است.

$$T = \frac{\pi}{|b|} \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = 2$$

$$f_{\max} = 2 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow |ab| = 4$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۲۷)

۱۲. گزینه ۲ صحیح است.

$$1 - 2\sin^2 x - \sin^2 x = \frac{1}{4} \Rightarrow 3\sin^2 x = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin^2 x = \sin^2 \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{6}$$

$$0 \leq x \leq 2\pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$$

$$S = 4\pi$$

اولین ریشه مثبت $\frac{\pi}{6} \Rightarrow \frac{4\pi}{\frac{\pi}{6}} = 24$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۳۷)

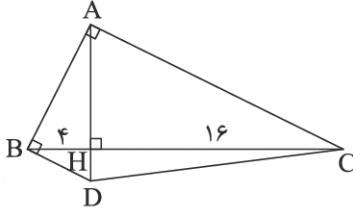


$$\begin{aligned} \Rightarrow 6\sqrt{9-x} + 2(9-x) - x &= 0 \Rightarrow 6\sqrt{9-x} + 18 - 3x = 0 \\ 2\sqrt{9-x} + 6 - x &= 0 \Rightarrow x - 6 = 2\sqrt{9-x} \\ x^2 + 36 - 12x &= 36 - 4x \Rightarrow x^2 = 8x \Rightarrow x = 8 \\ S_{\max} = S(8) &= \frac{3+1}{2} \times 8 = 16 \Rightarrow S_{\max} = 16 \end{aligned}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

هندسه

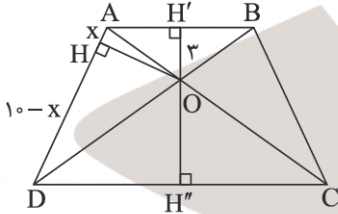
۱۹. گزینه ۲ صحیح است.



طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه $\triangle ABC$ داریم:
 $AH^2 = BH \times CH = 4 \times 16 = 64 \Rightarrow AH = 8$
 حال طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه $\triangle ABD$ داریم:
 $BH^2 = AH \times DH \Rightarrow 4^2 = 8 \times DH \Rightarrow DH = 2$
 طبق قضیه فیثاغورس در مثلث $\triangle BHD$ داریم:
 $BD^2 = BH^2 + DH^2 = 4^2 + 2^2 = 20 \Rightarrow BD = 2\sqrt{5}$
 (هندسه دهم، صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۲۰. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به تعریف نیمساز، فاصله نقطه O تا هر 4 ضلع دوزنقه یکسان و برابر 3 واحد می‌باشد. از طرفی در دوزنقه متساوی‌الساقین زوایای مجاور به ساق مکمل‌اند پس مثلث $\triangle OAD$ قائم‌الزاویه است.



$$\begin{aligned} \triangle OAD \quad \hat{O} = 90^\circ \rightarrow OH^2 &= AH \times HD \Rightarrow 3^2 = x(10-x) \\ \Rightarrow x &= 1 \Rightarrow AH = 1, DH = 9 \\ \triangle OAH \quad \frac{OH}{AH} &= \frac{3}{1} \rightarrow OA^2 = 3^2 + 1^2 = 10 \Rightarrow OA = \sqrt{10} \\ \triangle OAD \quad \hat{O} &= 90^\circ \rightarrow OD^2 = AD \times DH = 10 \times 9 = 90 \\ \Rightarrow OD &= 3\sqrt{10} \end{aligned}$$

با توجه به نیمساز بودن OD مثلث‌های $\triangle OHD$ و $\triangle ODH$ به حالت وتر و یک زاویه حاده هم‌نهشت هستند پس $DH'' = DH = 9$ و $DC = 2DH'' = 18$ و از آنجا $\frac{OA}{CD} = \frac{\sqrt{10}}{18}$ است.
 (هندسه دهم، صفحه ۶۲)

۲۱. گزینه ۴ صحیح است.

می‌دانیم میانه‌های مثلث، یکدیگر را به نسبت 2 به 1 قطع می‌کنند، بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} AG &= \frac{2}{3} AM = \frac{2}{3} \times 12 = 8 \\ BG &= \frac{2}{3} BN = \frac{2}{3} \times 6 = 4 \end{aligned}$$



$$\triangle ABG : AB^2 = AG^2 + BG^2 = 8^2 + 4^2 = 80 \Rightarrow AB = 4\sqrt{5}$$

۱۳. گزینه ۲ صحیح است.

از قاعده هویتال استفاده می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\frac{-1}{2\sqrt{x}}}{\pi \cos \pi x} = \frac{-1}{\pi} = -\frac{1}{12\pi}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۳۴)

۱۴. گزینه ۳ صحیح است.

ضابطه اول در نقاط $\frac{1}{4}$ و $-\frac{1}{4}$ ناپیوسته است. پیوستگی تابع را در نقاط 1 و -1 بررسی می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) &= 2 \neq f(1) \text{ ناپیوسته} \\ \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -1^+} (x[2x+1]) = 2 \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) &= f(-1) = 2 \end{aligned}$$

پس فقط در سه نقطه $\frac{1}{4}$ و $-\frac{1}{4}$ و 1 ناپیوسته است.

۱۵. گزینه ۳ صحیح است.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} bx + \cos^2 x &= -\infty \Rightarrow 3 \tan^2 \frac{3\pi}{4} + a = 0 \\ x < \frac{3\pi}{4} &\Rightarrow \tan x < -1 \Rightarrow \tan^2 x > 1 \\ 3 \tan^2 x > 3 &\Rightarrow 3 \tan^2 x - 3 > 0 \Rightarrow \\ \text{مخرج صفر و همسایگی چپ } \frac{3\pi}{4} &\text{ با علامت مثبت است. پس:} \end{aligned}$$

$$\frac{3b\pi}{4} + \frac{1}{2} < 0 \Rightarrow \frac{3b\pi}{4} < -\frac{1}{2} \Rightarrow b < -\frac{2}{3\pi}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۵۸)

۱۶. گزینه ۱ صحیح است.

در توابع درجه ۲، آهنگ تغییر متوسط در یک بازه، با آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در وسط بازه، برابر است.

وسط بازه $[\frac{2}{3}, a]$ همان $\frac{2+a}{3}$ است.

$$\begin{aligned} f'(\frac{2+a}{3}) &= 3f'(\frac{2}{3}) \\ 6(\frac{2+a}{3}) + a &= 3(6(\frac{2}{3}) + a) \Rightarrow 6 + 2a + a = 12 + 3a \Rightarrow a = 6 \end{aligned}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۰۴)

۱۷. گزینه ۱ صحیح است.

$$\begin{aligned} y = f(x + \sqrt{x}) &\Rightarrow y'(x) = (1 + \frac{1}{2\sqrt{x}})f'(x + \sqrt{x}) \\ y'(1) &= \frac{3}{2}f'(2) \end{aligned}$$

اما برای یافتن $f'(2)$ داریم:

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - \frac{1}{x})\sqrt{3x+2} \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \text{مشتق عامل} &= 2x + \frac{1}{x^2} \\ f'(2) &= (4 + \frac{1}{4})\sqrt{8} = 12 \\ y'(1) &= \frac{3}{2} \times 12 = 18 \end{aligned}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۹۶)

۱۸. گزینه ۴ صحیح است.

نقطه $A(x, \sqrt{9-x})$ را روی دوزنقه در نظر می‌گیریم.

$$\begin{aligned} S &= \frac{3 + \sqrt{9-x}}{2} \cdot x = \frac{1}{2}x(3 + \sqrt{9-x}) \\ S' &= 0 \Rightarrow (3 + \sqrt{9-x}) - \frac{1}{2\sqrt{9-x}} \cdot x = 0 \end{aligned}$$



۲۷. گزینه ۲ صحیح است.

اگر F_1 و F_2 را کانون های بیضی بنامیم، داریم:

$$\left| \begin{array}{c} F_1 \\ F_2 \end{array} \right| + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow |SF_1| = |2 - \frac{3}{2}| = \frac{1}{2}$$

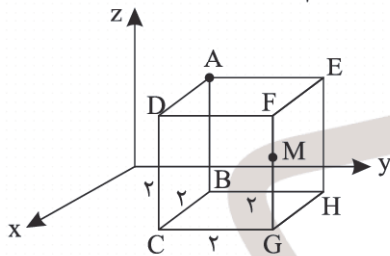
$$\left| \begin{array}{c} F_1 \\ F_2 \end{array} \right| - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow |SF_2| = |2 - \frac{1}{2}| = \frac{3}{2}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۴۸، ۴۹، ۵۲ و ۵۳)

۲۹. گزینه ۳ صحیح است.

رئوس مکعب را نام گذاری می کنیم. با توجه به آنکه A' قرینه A

نسبت به محور Oz است پس A می باشد. بنابراین:



معادله وجه $AEHB$:

$$\begin{cases} x=2 \\ 2 \leq y \leq 4 \\ 0 \leq z \leq 2 \end{cases}$$

معادله وجه $ABCD$:

$$\begin{cases} 2 \leq x \leq 4 \\ y=2 \\ 0 \leq z \leq 2 \end{cases}$$

معادله وجه $AEFD$:

$$\begin{cases} 2 \leq x \leq 4 \\ 2 \leq y \leq 4 \\ z=2 \end{cases}$$

بنابراین با توجه به اندازه یال مکعب معادله وجه های $DFGC$ و $FEHG$ به شکل زیر می باشد:

معادله وجه $DFGC$:

$$\begin{cases} x=4 \\ 2 \leq y \leq 4 \\ 0 \leq z \leq 2 \end{cases}$$

معادله وجه $FEHG$:

$$\begin{cases} 2 \leq x \leq 4 \\ y=4 \\ 0 \leq z \leq 2 \end{cases}$$

پس نقطه M روی فصل مشترک صفحات $DFGC$ و $FEHG$ قرار دارد. یعنی:

$$M(4, 4, z)$$

$$0 \leq z \leq 2$$

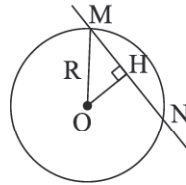
در قرینه M نسبت به محور Oy ، مؤلفه y ثابت و مؤلفه های x و z قرینه می شود. با توجه به حدود z فقط گزینه ۳ می تواند قرینه M نسبت به محور Oy باشد.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۶۷)

۳۰. گزینه ۱ صحیح است.

بردارهای $\vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{a} - \vec{b}$ اقطار یک متوازی الاضلاع هستند و چون هم اندازه هستند، پس این متوازی الاضلاع، مستطیل است. بنابراین:

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow -2m + 3 + m = 0 \Rightarrow m = 3$$



ابتدا مرکز دایره را پیدا می کنیم.

مرکز $O(1, 2)$: $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 5 = 0$

سپس فاصله نقطه O را از خط d به دست می آوریم و به کمک قضیه

پیتاگورس در مثلث OHM ، شعاع دایره را محاسبه می کنیم.

$$y = \frac{3}{4}x + 5 \rightarrow 4y = 3x + 20 \rightarrow 3x - 4y + 20 = 0$$

$$OH = \frac{|3(1) - 4(2) + 20|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{15}{5} = 3$$

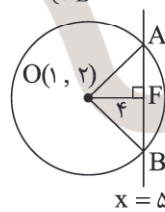
$$\Delta OMH : OM^2 = OH^2 + MH^2 \Rightarrow R^2 = 3^2 + 4^2 = 25$$

معادله دایره $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 25$

حال این دایره را با خط $x=5$ تلاقی می دهیم تا نقاط A و B را به دست آوریم.

$$x=5 \Rightarrow (5-1)^2 + (y-2)^2 = 25 \Rightarrow (y-2)^2 = 9 \Rightarrow y-2 = \pm 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y_A = 2+3 = 5 \\ y_B = 2-3 = -1 \end{cases} \Rightarrow AB = |5 - (-1)| = 6$$



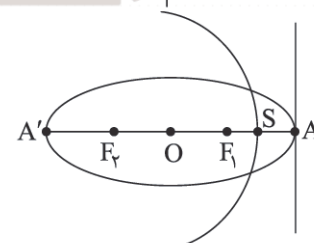
$$S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} OF \times AB = \frac{1}{2} \times 4 \times 6 = 12$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۳)

۲۸. گزینه ۲ صحیح است.

$$(y-1)^2 = -4(x-2) \Rightarrow \begin{cases} S(2, 1) : \text{رأس سهمی} \\ 4a = 4 \Rightarrow a = 1 \end{cases}$$

$$\text{سهمی افقی} \rightarrow F \mid \begin{array}{c} 2-1=1 \\ 1 \end{array}$$



کانون F مرکز بیضی خواهد بود. مطابق شکل اگر در بیضی $AA' = 2a'$ باشد، داریم:

$$OA = a' = 2a \rightarrow a' = 2$$

مقدار خروج از مرکز بیضی برابر $\frac{7}{25}$ است، پس:

$$e = \frac{c}{a'} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{c}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow c = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

۳۵. گزینه ۲ صحیح است.

این ۱۰ نفر به ۹! طریق می‌توانند دور یک میزگرد قرار گیرند. اگر بخواهیم دو ایرانی روبه‌روی هم باشند، کافی است یکی از ایرانی‌ها منتظر بماند تا ۹ نفر دیگر بنشینند، (به ۸! طریق)، سپس جای او به یک روش معلوم می‌شود، پس احتمال موردنظر $\frac{8!}{9!} = \frac{1}{9}$ می‌باشد.

(ریاضی دهم، صفحه‌های ۱۱۹ و ۱۱۳)

۳۶. گزینه ۱ صحیح است.

گراف P_n خط مستقیم n راسی می‌باشد که تعداد یال‌های آن $q = n - 1$ است. گراف G مکمل P_n است، پس داریم:

$$q(G) = \binom{n}{2} - (n-1), \Delta(G) = n-2, \delta(G) = n-3$$

$$\Rightarrow q(G) + \Delta(G) + \delta(G) = 24$$

$$\Rightarrow \binom{n}{2} - (n-1) + n-2 + n-3 = 24$$

$$\Rightarrow \binom{n}{2} + n = 28 \Rightarrow n = 7$$

پس گراف موردنظر P_7 است.



که طول، طولانی‌ترین مسیر آن ۶ است.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۳۱ و ۴۲)

۳۷. گزینه ۴ صحیح است.

$$\overline{abcab} \equiv b - a + c - b + a \equiv c \equiv 0 \Rightarrow c = 0$$

$$\overline{abcab} \equiv 1 \Rightarrow a + b + 0 + a + b \equiv 1 \Rightarrow 2(a+b) \equiv 1 \equiv 10$$

$$\Rightarrow a + b \equiv 5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + b = 5 \Rightarrow (a, b) = (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1), (5, 0) \\ \text{یا} \\ a + b = 14 \Rightarrow (a, b) = (5, 9), (6, 8), (7, 7), (8, 6), (9, 5) \end{cases}$$

پس ۱۰ مقدار به دست می‌آید.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۳۸. گزینه ۲ صحیح است.

کافی است باقیمانده A را به ۷ و ۳ محاسبه کنیم. دقت کنید

$$4^{25} \equiv 4, 4^{25} \equiv 4 \text{ و } 4^3 \equiv 1 \text{ اما } 19 \equiv 5 \text{ و } 32 \equiv 25 \equiv 4$$

$$(4^{25} - 4^{32}) \times 19 \equiv (4 - 16) \times 5 \equiv 3$$

پس باقیمانده A به ۳، ۷ می‌باشد.

حال باقیمانده A را به ۳ محاسبه می‌کنیم. دقت کنید:

$$32 \equiv 2 \equiv -1, 19 \equiv 1, 25 \equiv 1$$

$$A \equiv (32^{25} - 25^{32}) \times 19 \equiv (2^{25} - 1) \times 2 \equiv (-1) \times 2 \equiv -1 \equiv 2$$

پس $A \equiv 10$ و $A \equiv 7 \equiv 10$ و $A \equiv 3 \equiv 10$.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۱۸ و ۳۰)

۳۹. گزینه ۴ صحیح است.

مربع B را تکمیل می‌کنیم:

B:	۱	۳	۴	۲
	۲	۴	۳	۱
	۳	۲	۱	۴
	۴	۱	۲	۳

در نتیجه $\vec{a} = (2, -3, 3)$ و $\vec{b} = (-3, -1, 1)$ پس:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 2 & -3 & 3 \\ -3 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -11\mathbf{j} - 11\mathbf{k} \Rightarrow |\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{11^2 + 11^2} = 11\sqrt{2}$$

از طرف دیگر:

$$\text{حجم متوازی‌السطوح} = |(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot ((\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{b}))|$$

$$= |(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{a} \times \vec{a} - \vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{a} - \vec{b} \times \vec{b})|$$

$$= |(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (-2\vec{a} \times \vec{b})| = 2|\vec{a} \times \vec{b}|^2 = 2 \times (11\sqrt{2})^2 = 2 \times 121 \times 2 = 484$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۱۸۳)

ریاضیات گسسته

۳۱. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به اینکه $p \Rightarrow q \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$ هم‌ارز است با:

$$\sim p \vee ((q \vee r) \wedge (q \vee \sim r)) \equiv \sim p \vee (q \vee (r \wedge \sim r)) \equiv \sim p \vee q \equiv p \Rightarrow q$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۱۸)

۳۲. گزینه ۴ صحیح است.

طبق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$(A \cap B)' \cap (A \cup B) \cap C = [(A' \cup B') \cap (A \cup B)] \cap C$$

$$\Rightarrow [(A' \cap A) \cup B'] \cap C = B' \cap C = C - B$$

طبق فرض این مجموعه با مجموعه C برابر است، پس داریم:

$$C - B = C \Rightarrow B \cap C = \emptyset$$

(آمار و احتمال، صفحه‌های ۲۱ و ۲۹)

۳۳. گزینه ۳ صحیح است.

$$\bar{x} = \frac{a+3+2a+2a+2+3a-1}{4} \Rightarrow \frac{4a+4}{4} = 2a+1$$

$$((3a-1)-(2a+1))^2 = 9 \Rightarrow (a-2)^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} a-2=3 \rightarrow a=5 \\ a-2=-3 \rightarrow a=-1 \end{cases}$$

$a = -1$ نمی‌تواند باشد چون $a-4 < 0$ در صورتی که مربع هیچ عددی منفی نیست.

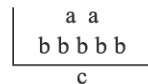
$$a = 5 \Rightarrow \begin{cases} \text{داده‌ها: } 8, 10, 12, 14, \bar{x} = 11 \\ \text{مربع انحراف از میانگین: } 9, 1, 1, 9 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{9+1+1+9}{4} = 5 \end{cases}$$

$$\text{طول بازه اطمینان} = \frac{4\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{4 \times \sqrt{5}}{\sqrt{4}} = 2\sqrt{5}$$

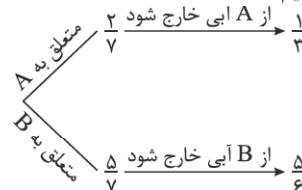
(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۹۴)

۳۴. گزینه ۳ صحیح است.

در ظرف C هفت مهره داریم که دو تا از آن متعلق به A و ۵ تا از آن متعلق به B می‌باشد.



نمودار درختی سؤال را کامل می‌کنیم:



$$P(\text{از C بی‌خارج می‌شود}) = \frac{2}{7} \times \frac{1}{3} + \frac{5}{7} \times \frac{5}{6} = \frac{29}{42}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۵۶ و ۶۶)



$$P_A = P_B \Rightarrow (\rho gh)_{\text{روغن}} = (\rho gh)_B$$

$$\Rightarrow 0.8 \times h' = 1 \times 30 \Rightarrow h' = \frac{30}{0.8} = 37.5 \text{ cm}$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = \rho Ah' = 0.8 \times 1.25 \times 37.5 \Rightarrow m = 37.5 \text{ g}$$

۴۳. گزینه ۴ صحیح است.

اگر m' جرم یخ ذوب شده باشد، داریم:

$$m' L_f = mc\theta \Rightarrow m' \times 336 = 750 \times 4.2 \times 20 \Rightarrow m' = 187.5 \text{ g}$$

$$\text{جرم یخ اولیه} = 37.5 + 187.5 = 225 \text{ g}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۸۱)

۴۴. گزینه ۲ صحیح است.

کار نیروی مقاومت هوا در بالا رفتن و پایین آمدن با هم برابر است، پس:

$$E_{\text{بالا}} - E_{\text{پایین}} = E'_{\text{پایین}} - E_{\text{بالا}}$$

$$\Rightarrow mgh - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 - mgh \Rightarrow 2gh = \frac{1}{2}(v_1^2 + v_2^2)$$

$$\Rightarrow 20h = \frac{1}{2}(9 + 36) \Rightarrow h = \frac{45}{4} = 11.25 \text{ m}$$

۴۵. گزینه ۲ صحیح است.

نیروهای وارد بر جسم عبارتند از نیروی F و نیروی وزن و نیرویی که سطح بر جسم وارد می کند که کار برآیند نیروهای وارد بر جسم برابر تغییرات انرژی جنبشی می باشد، پس:

$$\Delta K = W_F + W_{mg} + W_R \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = Fd \cos 37^\circ + 0 + W_R$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 5 \times 36 = 50 \times 3 \times 0.8 + W_R \Rightarrow W_R = -30 \text{ J}$$

۴۶. گزینه ۱ صحیح است.

دما در نقطه B کمتر از نقطه A می باشد (چون هم حجم و هم فشار کمتر است) پس ΔU در دو مسیر مساوی و منفی می باشد. از طرفی W در هر دو مسیر مثبت بوده و W_1 از W_2 بزرگ تر است؛ پس باید Q_1 و Q_2 هر دو منفی باشند و Q_1 منفی تر باشد. پس اندازه گرمای مبادله شده در مسیر (۱) بیشتر است.

۴۷. گزینه ۳ صحیح است.

$$P_1 = 2 + 1 = 3 \text{ atm}, P_2 = 2/3 + 1 = 3/3 \text{ atm}$$

$$T_1 = 273 + 17 = 290 \text{ K}$$

$$T_2 = ?, V_1 = V_2$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{3}{290} = \frac{3/3}{T_2}$$

$$T_2 = 1/3 \times 290 = 96.7 \text{ K} \Rightarrow \theta_2 = 319 - 273 = 46^\circ \text{ C}$$

۴۸. گزینه ۳ صحیح است.

$$q = CV = 20 \times 10 = 200 \mu\text{C}$$

$$\text{در حالت اول: } U_1 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{200^2 \times 10^{-6}}{2 \times 20} = 1000 \mu\text{J}$$

$$\text{در حالت دوم: } K_2 = \frac{1}{4} K_1 \Rightarrow C_2 = \frac{1}{4} C_1 = 5 \mu\text{F}$$

$$U_2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} \times \frac{200^2 \times 10^{-6}}{5} = 4000 \mu\text{J}$$

$$\Delta U = U_2 - U_1 = 3000 \mu\text{J} = 3 \text{ mJ}$$

تغییر انرژی خازن همان کار انجام شده است.

(فیزیک یازدهم، صفحه های ۳۹ و ۴۰)

۴۹. گزینه ۲ صحیح است.

$$E = K \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow r = AB = \sqrt{(6 - (-3))^2 + (5 - (-4))^2} = 9\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$E = 9 \times 10^9 \times \frac{9 \times 10^{-9}}{(9\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} = 5000 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

(فیزیک یازدهم، صفحه های ۱۲ تا ۱۶)

با کنار هم قرار دادن A و B عدد دورقمی تکراری نباید به وجود بیاید پس در مربع A داریم:

۱	۲	۳	۴
۲	۳	۴	۱
۳	۴	۱	۲
۴	۱	۲	۳

پس A به صورت زیر تکمیل می گردد:

۱	۳	۴	۲
۳	۲		
	۳		
	۱	۳	

مربع A به دو صورت می تواند تکمیل شود:

۱	۳	۴	۲
۳	۱	۲	۴
۲	۴	۳	۱
۴	۲	۱	۳

۱	۳	۴	۲
۳	۴	۲	۱
۲	۱	۳	۴
۴	۲	۱	۳

دقت کنید که در هر دو حالت A' و B متعامد نیستند چون با کنار هم قرار دادن آنها عدد دورقمی تکراری داریم:

۱۱	۳۳	۴۴	۲۲
۲۳	۴۱	۳۲	۱۴
۳۲	۲۴	۱۳	۴۱
۴۴	۱۲	۲۱	۳۳

۱۱	۳۳	۴۴	۲۲
۲۳	۴۴		

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۶۴ تا ۷۰)

۴۰. گزینه ۴ صحیح است.

بدترین حالت ممکن این است که ۷ مهره سفید و ۶ مهره سیاه و یک مهره سبز و یک مهره قرمز در ابتدای کار برداشته باشیم با انتخاب یک مهره دیگر خواسته مسئله قطعاً رخ می دهد پس حداقل باید ۱۶ مهره برداریم.

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۸۰ و ۸۱)

فیزیک

۴۱. گزینه ۴ صحیح است.

$$m_{\text{مخلوط}} = m_1 + m_2 = \rho_1 V_1 + \rho_2 V_2$$

$$= (3/5 \times 100) + (4/5 \times 300) = 1700 \text{ g}$$

$$V_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{مخلوط}}}{\rho_{\text{مخلوط}}} = \frac{1700}{1.05} (V_1 + V_2) = \frac{1700}{1.05} (100 + 300) = 340 \text{ cm}^3$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}} = \frac{1700}{340} = 5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

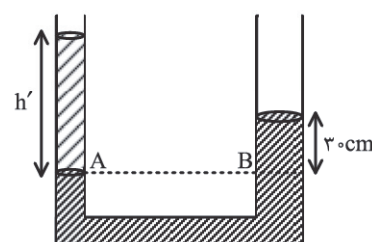
(فیزیک دهم، صفحه ۸)

۴۲. گزینه ۳ صحیح است.

حجم مایع جابه جا شده در دو طرف مقام لوله یکسان است. در این صورت داریم:

$$A_1 h_1 = A_2 h_2 \Rightarrow A \times 10 = \frac{A}{4} \times h \Rightarrow h = 20 \text{ cm}$$

در این صورت اختلاف ارتفاع آب در دو طرف لوله برابر با ۳۰ سانتی متر است. پس می توان نوشت:





۵۸. گزینه ۲ صحیح است.

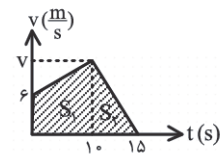
$v^2 - v_0^2 = 2ad \Rightarrow 100 - 25 = 2ad \Rightarrow 2ad = 75$
اگر فاصله هر دو تیر d باشد، فاصله تیر اول و هفدهم برابر $16d$ است.

برای تیرهای ۱ و ۲: $v^2 - 25 = 2a(16d) = 16 \times 2ad = 16 \times 75 = 1200$

$$v^2 = 1225 \Rightarrow v = 35 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۶ و ۳۷)

۵۹. گزینه ۳ صحیح است.



$$S_1 = \left(\frac{v+v_0}{2}\right) \times t = 30 + 5v$$

$$S_2 = \frac{v \times \Delta t}{2} = 2,5v$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \bar{v} = \frac{30 + 7,5v}{15} \Rightarrow v = 12 \frac{m}{s}$$

$$|a| = \left| \frac{-v}{15-10} \right| = \left| \frac{-12}{5} \right| = \left| -2,4 \frac{m}{s^2} \right| = 2,4 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۶۰. گزینه ۲ صحیح است.

اگر کل زمان سقوط را t فرض کنیم در این صورت مدت زمان سقوط در ارتفاع h_1 برابر $(t-2)$ می‌شود.

$$\begin{cases} h_2 = \frac{1}{2}at^2 & y = \frac{1}{2}at^2 \\ h_2 + h_1 = h \Rightarrow h_1 = \frac{1}{2}h \\ \begin{cases} h_1 = \frac{1}{2}a(t-2)^2 \\ h = \frac{1}{2}at^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}h = \frac{(t-2)^2}{t^2} \\ \Rightarrow t = 6 \Rightarrow h = \frac{1}{2} \times 10 \times 26 = 130m \end{cases}$$

(فیزیک دوازدهم، تمرین ۲۵، صفحه ۲۸)

۶۱. گزینه ۱ صحیح است.

در حالت اول: $f_k = \mu_k F = mg \Rightarrow F = \frac{mg}{\mu_k} = \frac{20}{0,4} = 50N$

در حالت دوم: $|a| = \frac{|\Delta v|}{\Delta t} = 2 \frac{m}{s^2} \Rightarrow f'_k - mg = ma$

$$f'_k = m(g+a) = 2(10+2) = 24 = \mu_k F' = \frac{1}{10} F' \Rightarrow F' = 60N$$

$$\Delta F = 60 - 50 = 10N$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۱ تا ۴۴)

۶۲. گزینه ۲ صحیح است.

$$R_2 = \frac{1}{4} R_1, m_2 = \frac{1}{4} m_1$$

$$g = G \frac{M}{R^2} \Rightarrow \frac{g_2}{g_1} = \frac{M_2}{M_1} \times \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 = \frac{1}{4} \times (4)^2 = 4$$

(فیزیک دوازدهم، مثال ۲-۱۶، صفحه ۵۲)

۶۳. گزینه ۴ صحیح است.

$$m = \rho v = \rho \times \frac{4}{3} \pi r^3 = 1000 \times \frac{4}{3} \times 3 \times 8 \times 10^{-9} = 32 \times 10^{-6} kg$$

$$f = mg \Rightarrow 2 \times 10^{-7} v^2 = 32 \times 10^{-5} \Rightarrow v^2 = 1600$$

$$\Rightarrow v = 40 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۶ و ۳۷)

۵۰. گزینه ۱ صحیح است.

اختلاف پتانسیل بین محل پرتاب و صفحه B برابر 50 ولت است.

$$\omega_T = \Delta K \Rightarrow -\Delta v \times q = 0 - \frac{1}{2} m v_0^2 \Rightarrow -50 \times 4 \times 10^{-6}$$

$$= -\frac{1}{2} \times 10^{-6} \times v_0^2$$

$$v_0^2 = 4 \times 10^2 \Rightarrow v_0 = 20 \frac{m}{s}$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

۵۱. گزینه ۳ صحیح است.

در حالتی که کلید باز است، ولتسنج نیروی محرکه را نشان می‌دهد.
 $\varepsilon = 30V$

وقتی کلید بسته شود، مقاومت 3Ω که با ولتسنج متوالی است، حذف می‌شود و ولتسنج ولتاژ دو سر مقاومت 3Ω بالا را نشان می‌دهد.

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{30}{6} = 5A$$

$$V = RI = 3 \times 5 = 15V$$

۵۲. گزینه ۲ صحیح است.

$$A = \pi R^2 = 3 \times (2 \times 10^{-3})^2 = 12 \times 10^{-6} m^2$$

$$R = \frac{\rho L}{A} = \frac{18 \times 10^{-8} \times 10^4}{12 \times 10^{-6}} = \frac{3}{2} \times 10^2 = 150\Omega$$

$$V = RI = 150 \times 0,5 = 75V$$

۵۳. گزینه ۲ صحیح است.

$$\text{حالت کلید باز} \Rightarrow R_{eq} = 6 \Rightarrow I_A = \frac{\varepsilon}{6+r}$$

$$\text{حالت کلید بسته} \Rightarrow R_{eq} = 3\Omega \Rightarrow I_T = \frac{\varepsilon}{3+r} \Rightarrow I'_A = \frac{1}{2} \times \frac{\varepsilon}{3+r}$$

$$\Rightarrow I'_A = \frac{1}{10} I_A \Rightarrow \frac{\varepsilon}{6+2r} = \frac{1}{10} \times \frac{\varepsilon}{6+r} \Rightarrow 60 + 10r = 48 + 16r$$

$$\Rightarrow 6r = 12 \Rightarrow r = 2\Omega$$

۵۴. گزینه ۴ صحیح است.

چون جهت γ میدان مغناطیسی B و سرعت ذره v لزوماً برهم عمود نیستند هر ۳ گزینه می‌تواند پاسخ باشد.

(فیزیک یازدهم، صفحه ۹۵)

۵۵. گزینه ۴ صحیح است.

جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره بردار رو به پایین است.

$$F = qv\beta$$

$$F = 5 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^4 \times 8 \times 10^{-2} = 8 \times 10^{-2} N$$

$$F = ma \Rightarrow a = \frac{8 \times 10^{-2}}{2 \times 10^{-2}} = 4 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک یازدهم، صفحه ۹۵)

۵۶. گزینه ۱ صحیح است.

$$\varepsilon = -\frac{N\Delta\phi}{\Delta t} \quad \varepsilon = RI \rightarrow RI = -\frac{N\Delta\phi}{\Delta t}$$

$$R(I \times \Delta t) = -N\Delta\phi \Rightarrow Rq = N\Delta\phi \Rightarrow q = \frac{N\Delta\phi}{R} \quad (1)$$

$$t = 1 \Rightarrow \phi_1 = -2wb \Rightarrow \Delta\phi = 6(wb) \xrightarrow{(1)} q = \frac{4 \times 6}{20} = 12(C)$$

(فیزیک یازدهم، صفحه ۱۱۳)

۵۷. گزینه ۴ صحیح است.

مقاومت‌های 3Ω و 6Ω موازی بوده و اتصال کوتاه و حذف می‌شوند.

$$R_{eq} = 4\Omega \quad I = \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{25}{5} = 5A$$

$$U = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} \times 0,2 \times 49 = 4,9J$$

(فیزیک یازدهم، صفحه ۱۱۶)



۶۴. گزینه ۲ صحیح است.

نیروی مرکزگرا نیروی کشش نخ است.

$$T' = ml\omega^2 = ml \frac{4\pi^2}{T^2} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{ml}{T}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{0.1 \times 1/6}{25}} = 2\pi \sqrt{\frac{16}{2500}} = \frac{8\pi}{50} = \frac{4\pi}{25} \text{ (s)}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۴۹ تا ۵۲)

۶۵. گزینه ۳ صحیح است.

با انتشار موج به طرف +x نقطه A در حال نوسان و جهت حرکت آن به طرف +y است، از طرف دیگر جهت نیرو و شتاب نوسانگر B همواره به طرف مرکز نوسان است، پس جهت شتاب آن نیز به طرف +y است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۸۶)

۶۶. گزینه ۴ صحیح است.

تعداد نوسان در یک ثانیه بسامد است.

$$m_1 = m, m_2 = m + \frac{\Delta}{4} m = \frac{9}{4} m$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \sqrt{\frac{m}{\frac{9}{4}m}}$$

$$= \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۶۵)

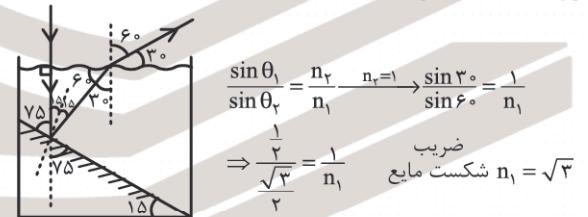
۶۷. گزینه ۲ صحیح است.

طبق قاعده دست راست، اگر چهار انگشت دست راست را در جهت \vec{E} قرار دهیم، به گونه ای که با خم شدن آنها به \vec{B} برسیم آنگاه انگشت شست جهت \vec{v} را نشان می دهد.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۷۵)

۶۸. گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به مسیر پرتوهای نور، در هنگام خروج، زاویه تابش 30° درجه و زاویه شکست 60° درجه است.



$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1}, n_2=1 \Rightarrow \frac{\sin 30^\circ}{\sin 60^\circ} = \frac{1}{n_1}$$

ضریب شکست مایع $n_1 = \sqrt{3}$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{n_1}$$

۶۹. گزینه ۲ صحیح است.

بررسی گزینه ها:

- (۱) با خالی شدن آب، طول لوله افزایش یافته پس بسامد کم می شود.
 - (۲) هر چه طول موج کمتر باشد، پراش موج کمتر می شود.
 - (۳) هر چه طول موج بلندتر باشد، پهنای نوارها بیشتر است.
 - (۴) هر چه محیط غلیظتر باشد، طول موج کمتر و پراش هم کمتر است.
- (فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۰۲ و ۱۰۴)

۷۰. گزینه ۳ صحیح است.

$$f_A = f_B \Rightarrow \frac{n_A v_A}{2l_A} = \frac{n_B v_B}{2l_B} \Rightarrow n_A v_A = n_B v_B$$

چون نیروی کشش A، ۴ برابر B است. پس:

$$v_A = 2v_B$$

$$n_A = 2 \Rightarrow 2 \times 2v_B = n_B v_B \Rightarrow n_B = 4$$

B باید ۴ شکم داشته باشد.

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۱۴ تا ۱۲۵)

۷۱. گزینه ۳ صحیح است.

گذار الکترون از مدار ۴ به ۲ می باشد:

$$F = \frac{Kq^2}{r^2} \Rightarrow \frac{F_r}{F_4} = \left(\frac{r_4}{r_r}\right)^2 = \left(\frac{16r_0}{4r_0}\right)^2 = 16$$

۷۲. گزینه ۴ صحیح است.

پرانرژی ترین فوتون رشته پاشن مربوط به گذار $n = \infty$ تا $n' = 3$ است.

$$\Delta E = E_\infty - E_3 = 0 - \left(-\frac{E_R}{9}\right) = \frac{1}{9} E_R = \frac{13/6}{9} = 1/51 eV$$

۷۳. گزینه ۴ صحیح است.

$$hf = W_0 + K_{max} \Rightarrow 6 \times 10^{-34} \times 0.5 \times 10^{15} = W_0 + 2 \times 10^{-19}$$

$$\Rightarrow W_0 = 10^{-19} J$$

$$h \frac{c}{\lambda} = W_0 + K_{max} \Rightarrow \frac{6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{150 \times 10^{-9}} = 10^{-19} + K_{max}$$

$$12 \times 10^{-19} = 10^{-19} + K_{max} \Rightarrow K_{max} = 11 \times 10^{-19} J$$

۷۴. گزینه ۲ صحیح است.

$${}_{92}^{238}u \Rightarrow {}_Z^A Y + {}_2^4\alpha + 2({}_2^4\beta^-)$$

$$\begin{cases} A + 4 = 238 \Rightarrow A = 234 \\ 92 = Z + 2 - 2 \Rightarrow Z = 92 \end{cases} \quad N = A - Z = 234 - 92 = 142$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۵۰)

۷۵. گزینه ۱ صحیح است.

$$\frac{N_0}{N} = 2^{\frac{t}{T}} \Rightarrow \frac{2000}{500} = 2^{\frac{t}{T}} \Rightarrow 2^2 = 2^{\frac{t}{T}} \Rightarrow T = 8 \text{ (روز)}$$

$$T = 8s \Rightarrow N = \frac{2000}{2} = 1000$$

$$\frac{N_0}{N} = 2^{\frac{t}{T}} \Rightarrow \frac{2000}{125} = 2^{\frac{t}{T}} \Rightarrow 2^3 = 2^{\frac{t}{T}} \Rightarrow t = 32 \text{ (روز)}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۴۶)

شیمی

۷۶. گزینه ۳ صحیح است.

بررسی گزینه ها:

(۱) در میان رادیوایزوتوپ های ساختگی این عنصر 3H کمترین و 5H بیشترین نیم عمر را دارد.

(۲) 1H ، فاقد نوترون است.

(۳) طیف نشری خطی هیدروژن همانند لیتیم در گستره مرئی تنها چهار خط دارد.

(۴) پایدارترین رادیوایزوتوپ هیدروژن 1H است که دو نوترون دارد.

ایزوتوپ های پایدار هیدروژن شامل 1H و 2H است.

(شیمی دهم، صفحه های ۶ و ۲۳)

۷۷. گزینه ۳ صحیح است.

عنصر X دارای دو ایزوتوپ ${}^{12}X$ و ${}^{13}X$ می باشد.

$$\text{جرم اتمی میانگین} = X_1 + \frac{F_2}{100} (X_2 - X_1)$$

$$= 12 + \frac{2}{100} (13 - 12) = 12.02 \text{ amu}$$

(شیمی دهم، صفحه ۱۵)

۷۸. گزینه ۴ صحیح است.

آرایش الکترونی هر یک از این عناصر به صورت زیر است:

$${}_{15}A : 1s^2 / 2s^2 2p^6 / 3s^2 3p^3$$

$${}_{21}X : 1s^2 / 2s^2 2p^6 / 3s^2 3p^6 3d^1 / 4s^2$$

$${}_{19}Y : 1s^2 / 2s^2 2p^6 / 3s^2 3p^6 / 4s^1$$

$${}_{16}B : 1s^2 / 2s^2 2p^6 / 3s^2 3p^4$$

۴) نسبت شمار آنیون به کاتیون در $(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$ برابر $\frac{1}{3}$ و در K_3PO_4 برابر $\frac{1}{3}$ است.

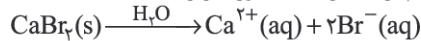
(شیمی دهم، صفحه‌های ۹۱ و ۹۲)

۸۳. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا به کمک رابطه $\frac{100 \cdot d}{M_w} = \text{مولاریته}$ ، غلظت مولی محلول کلسیم برمید (CaBr_2) را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{مولاریته} = \frac{100 \times 25 \times 1 / 24}{200} = 1,55 \text{ mol.L}^{-1}$$

معادله انحلال کلسیم برمید در آب به صورت زیر است:



از آنجا که در اثر انحلال هر مول CaBr_2 در آب، ۳ مول یون ایجاد می‌شود، مجموع غلظت مولی یون‌ها برابر $1,55 \times 3 = 4,65 \text{ mol.L}^{-1}$ است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۹۶ و ۹۸ تا ۱۰۰)

۸۴. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه انحلال‌پذیری این نمک در دماهای 25°C و 60°C و معادله انحلال‌پذیری نمک‌ها در آب می‌توان نوشت:

$$S = \alpha\theta + \beta, \quad \alpha = \frac{120 - 92}{60 - 25} = 0,8$$

برای محاسبه عرض از مبدأ (β) با توجه انحلال‌پذیری آن در این دو دما به ازای افزایش هر 5°C دما انحلال‌پذیری نمک AB به میزان ۴ گرم افزایش یافته است، پس اگر دما از 25°C به صفر درجه سانتی‌گراد کاهش یابد به میزان ۲۰ از انحلال‌پذیری آن در دمای 25°C (۹۲ گرم) کاسته خواهد شد:

$$\beta = 92 - 20 = 72 \Rightarrow S = 0,8\theta + 72$$

انحلال‌پذیری نمک AB در دمای 10°C عبارت است از:

$$S = (0,8 \times 10) + 72 = 80\text{g}$$

$$? \text{g } AB = 45\text{g} \times \frac{180\text{g } AB}{180\text{g}} = 200\text{g}$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۲ و ۱۰۳)

۸۵. گزینه ۴ صحیح است.

(آ) درست

(ب) نادرست، نقطه جوش $\text{H}_2\text{O} > \text{HF} > \text{NH}_3$

(پ) نادرست، در ساختار یخ هر اتم اکسیژن به دو اتم هیدروژن با پیوند اشتراکی و به دو اتم هیدروژن دیگر با پیوند هیدروژنی متصل است.

(ت) درست

(ث) نادرست، پیوند هیدروژنی بین مولکول موادی تشکیل می‌شود که در مولکول آنها اتم هیدروژن به یکی از اتم‌های N ، O یا F از طریق پیوند اشتراکی متصل است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۷ و ۱۰۸)

۸۶. گزینه ۳ صحیح است.

عناصر این گروه به ترتیب شامل کربن (نافلز)، سیلیسیم و ژرمانیم (شبه‌فلز) و قلع و سرب (فلز) هستند.

بررسی گزینه‌ها:

(۱) عنصر C با صرف نظر از گاز نجیب کمترین واکنش‌پذیری را در میان عناصر دوره دوم دارد.

(۳) Si همانند Sn رسانای گرما است.

(۴) عناصر C ، Si و Ge در اثر ضربه خرد می‌شوند و در واکنش‌ها الکترون به اشتراک می‌گذارند.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۷ تا ۹)

۸۷. گزینه ۳ صحیح است.

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



با توجه به مقدار KNO_3 مصرفی، جرم KNO_2 ناخالص تولیدی را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{g } \text{KNO}_2 = \text{mg } \text{KNO}_3 \times \frac{1 \text{ mol } \text{KNO}_2}{101 \text{ mol } \text{KNO}_3} \times \frac{2 \text{ mol } \text{KNO}_2}{2 \text{ mol } \text{KNO}_3}$$

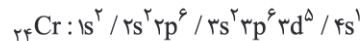
$$\times \frac{85 \text{g } \text{KNO}_2}{1 \text{ mol } \text{KNO}_2} \times \frac{60}{100} \times \frac{100}{25} = (m + 5)\text{g} \Rightarrow m = 50,5\text{g}$$

درصد خلوص بازده درصدی

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

بررسی موارد:

مورد اول: عنصر X (Sc) نخستین عنصر دسته d جدول تناوبی است. مورد دوم: آرایش الکترونی Cr ۲۴ به صورت زیر است:



مورد سوم: A به گروه ۱۵ و دوره سوم جدول تناوبی تعلق دارد.

مورد چهارم: B عنصری نافلزی است (گوگرد) که با اکسیژن تشکیل ترکیب مولکولی می‌دهد.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴ و ۳۸ تا ۴۰)

۷۹. گزینه ۲ صحیح است.

افزایش $\text{CO}_2 \uparrow$ و انحلال این گاز در آب باعث کاهش $\text{pH} \downarrow$ آب و اسیدی شدن آن می‌شود که نتیجه آن از بین بردن آبیانی مانند مرجان‌ها می‌باشد.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)

۸۰. گزینه ۲ صحیح است.

عبارت‌های (ب) و (پ) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) لایه اوزون در استراتوسفر قرار دارد.

(ب) $\ddot{\text{O}} = \ddot{\text{O}} = \ddot{\text{O}}$ ساختار اکسیژن / $\ddot{\text{O}} = \ddot{\text{O}}$ ساختار اوزون

$$\frac{\text{شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی اوزون}}{\text{شمار الکترون‌های پیوندی در مولکول اکسیژن}} = \frac{6}{4} = 1,5$$

(پ) برای پر کردن و تنظیم باد تایر خودرو به جای هوا می‌توان از مخلوطی شامل ۹۵٪ نیتروژن و ۵٪ اکسیژن استفاده کرد.

(ت) بخار آب جزء گازهای گلخانه‌ای است و هر چه مقدار آن در هوا کره بیشتر باشد دمای زمین بالاتر خواهد رفت.

(ث) در فشار ثابت برای یک گاز داریم:

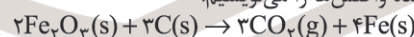
$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V}{273} = \frac{V_2(L)}{273 + 819}$$

$$\frac{V}{273} = \frac{V_2(L)}{1092} \Rightarrow V_2(L) = 28$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۷۲ تا ۷۸ و ۸۰)

۸۱. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا معادله موازنه شده واکنش را می‌نویسیم:



$$? \text{g } \text{Fe}_2\text{O}_3 = 26,88 \text{LCO}_2 \times \frac{1 \text{ molCO}_2}{22,4 \text{ LCO}_2} \times \frac{2 \text{ molFe}_2\text{O}_3}{3 \text{ molCO}_2}$$

$$\times \frac{160 \text{gFe}_2\text{O}_3}{1 \text{ molFe}_2\text{O}_3} = 128 \text{gFe}_2\text{O}_3$$

$$\text{جرم } \text{K}_2\text{O} = \frac{\text{جرم } \text{K}_2\text{O}}{\text{جرم کل مخلوط}} \times 100 = \frac{250 - 128}{250} \times 100 = 48,8$$

(شیمی دهم، صفحه ۸۲)

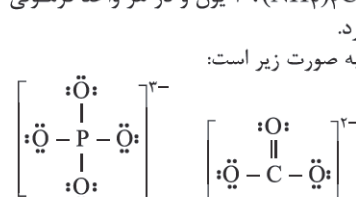
۸۲. گزینه ۲ صحیح است.

فرمول شیمیایی آمونیوم کربنات به صورت $(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$ و فرمول شیمیایی پتاسیم فسفات به صورت K_3PO_4 است. مدل فضاپرکن یون NH_4^+ و PO_4^{3-} مشابه است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

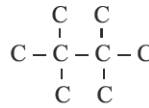
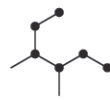
(۱) در هر واحد فرمولی $(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$ ، ۳ یون و در هر واحد فرمولی K_3PO_4 ، ۴ یون وجود دارد.

(۳) ساختار لوویس آنیون‌ها به صورت زیر است:





۸۸. گزینه ۳ صحیح است.



(ت) نادرست، در ساختار آن ۲ واحد CH_3 و ۴ واحد CH_2 وجود دارد. (ث) درست

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۸۹. گزینه ۲ صحیح است.

عبارت‌های (ب) و (پ) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

ا و (پ) دمای ظرف C از دو ظرف دیگر کمتر بوده و میانگین تندی و انرژی جنبشی نیز تنها به دما وابسته است و مقایسه آن به صورت: $C < A = B$ می‌باشد.

(ب) انرژی گرمایی به دما و جرم ماده بستگی دارد؛ جرم آب درون دو ظرف B و C یکسان است، در نتیجه ظرف B با دمای بالاتر، انرژی گرمایی بیشتری نیز دارد. اما با توجه به معلوم نبودن جرم‌ها، نمی‌توان انرژی گرمایی دو ظرف A و C را مقایسه کرد.

(ت) طبق رابطه: $Q = mc\Delta\theta$ و با توجه به یکسان بودن c و $\Delta\theta$ ، ظرف دارای m بزرگ‌تر، Q بیشتری نیاز دارد.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۵۶، ۵۷ و ۶۰)

۹۰. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به اینکه اندازه فلز $\Delta\theta$ به میزان 40°C بیشتر از $\Delta\theta_{\text{H}_2\text{O}}$ است، دمای تعادل را محاسبه می‌کنیم:

$$|\Delta\theta_{\text{H}_2\text{O}}| = 15^\circ\text{C} \Rightarrow \theta_e - 40 = 65 - \theta_e \Rightarrow \theta_e = 50^\circ\text{C}$$

اکنون با توجه به رابطه $|Q_{\text{H}_2\text{O}}| = |Q_{\text{طلا}}| + |Q_{\text{نقره}}|$ جرم قطعات فلزی را محاسبه می‌کنیم:

(دقت کنید میزان گرمایی که قطعات فلزی از دست می‌دهند، دقیقاً برابر با مقدار گرمایی است که آب جذب می‌کند.)

$$\begin{aligned} |Q_{\text{طلا}}| + |Q_{\text{نقره}}| &= |Q_{\text{H}_2\text{O}}| \\ m \times (65 - 15) \times [0.1256 + 0.144] &= 625 \times 4 \times (15 - 5) \\ \Rightarrow m &= 1250\text{g} \end{aligned}$$

اکنون شمار مول‌های هر فلز را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol Ag} = 1250\text{g Ag} \times \frac{1 \text{ mol Ag}}{108\text{g Ag}} = 11.6 \text{ mol}$$

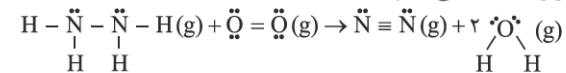
$$? \text{ mol Au} = 1250\text{g Au} \times \frac{1 \text{ mol Au}}{197\text{g Au}} = 6.3 \text{ mol}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع شمار مول‌ها} = 11.6 + 6.3 = 17.9$$

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۵۹ و ۶۰)

۹۱. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا با توجه به (میانگین) آنتالپی پیوندهای داده شده، ΔH واکنش زیر را محاسبه می‌کنیم:



$$\Delta H = \left[\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش دهنده} \right] - \left[\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده} \right]$$

$$= [163 + 4(391) + 495] - [945 + 2(463)] = -575\text{kJ}$$

با توجه به آنتالپی تبخیر مولی آب و با توجه به اینکه در معادله موازنه شده واکنش ۲ مول H_2O تولید می‌شود، آنتالپی واکنش داده شده در صورت سؤال برابر $-663\text{kJ} = -575 + 2(-44)$ است.

اکنون میزان گرمای تولید شده در اثر مصرف ۱۰ لیتر هیدرازین را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ kJ} = 10\text{L N}_2\text{H}_4 \times \frac{1.28\text{g N}_2\text{H}_4}{1\text{L N}_2\text{H}_4} \times \frac{1 \text{ mol N}_2\text{H}_4}{32\text{g N}_2\text{H}_4} \times \frac{663\text{kJ}}{1 \text{ mol N}_2\text{H}_4}$$

$$= 265.2\text{kJ}$$

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

۹۲. گزینه ۴ صحیح است.

شیب نمودار مول - زمان نشان دهنده سرعت است؛ در نتیجه مقایسه سرعت واکنش‌های A، B و C به صورت: $R_C < R_A < R_B$ است. بررسی گزینه‌ها:

- سرعت واکنش پتاسیم با آب سرد نسبت به سدیم بیشتر است.
- افزایش سطح تماس ماده جامد سبب افزایش سرعت واکنش می‌شود.
- و ۴) افزایش غلظت مواد شرکت‌کننده و افزایش دما سبب افزایش سرعت واکنش‌های شیمیایی می‌شود.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۸۰، ۸۱ و ۹۱)

۹۳. گزینه ۳ صحیح است.

پس از تجزیه کامل NO_2 گازهای NO و O_2 در ظرف موجود هستند؛ با توجه به اینکه ضریب استوکیومتری NO ۲ برابر O_2 است، اگر x مول O_2 در ظرف موجود باشد، شمار مول‌های NO برابر $2x$ مول است.

$$x + 2x = 3x = 8/1 \Rightarrow x = 2.7 \text{ mol}$$

اکنون سرعت متوسط تولید NO را محاسبه می‌کنیم:

$$\overline{RNO} = \frac{\Delta nNO}{V \cdot \Delta t} = \frac{2x}{V \cdot \Delta t} = \frac{2 \times 2.7}{15 \times 1.5 \times 60} = 4 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۸۵ تا ۸۸)

۹۴. گزینه ۲ صحیح است.

فرمول عمومی استرهای زنجیری سیرشده یک‌عاملی به صورت $\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2$ می‌باشد.

اسید آلی $\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2 = 0.4 \text{ mol C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2$

$$\times \frac{1 \text{ mol C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2}{1 \text{ mol C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2} \times \frac{14n + 32\text{g}}{1 \text{ mol C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2}$$

$$\Rightarrow n = \frac{(352 - 32)}{14} = 24$$

(فرمول مولکولی استر) $\text{C}_{24}\text{H}_{48}\text{O}_4$

چون الکل سازنده، اتانول است، بنابراین اسید سازنده این استر CH_3COOH بوده است. جرم مولی استیک اسید برابر 60 گرم می‌باشد.

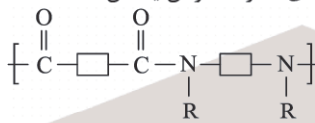
(شیمی یازدهم، صفحه ۱۱۲)

۹۵. گزینه ۴ صحیح است.

واکنش آبکافت پلی‌استرها و پلی‌آمیدها کند بوده و لباس‌های تهیه شده از این نوع پارچه‌ها برای مدت‌های طولانی قابل استفاده است و استحکام خود را حفظ می‌کنند.

بررسی عبارت‌های درست:

(۱) کولار یک پلی‌آمید است و با توجه به فرمول عمومی واحد تکرارشونده پلی‌آمیدها شمار اتم‌های N و O در آن یکسان است:



نکته: به جای R می‌توان H نیز گذاشت.

(۲) بوی بد ماهی به دلیل وجود متیل آمین (CH_3NH_2 یا CH_5N) و برخی آمین‌های دیگر است.

(۳) نخست نشاسته موجود در این مواد را به لاکتیک اسید تبدیل کرده سپس از واکنش پلیمری شدن آن در شرایط مناسب، پلی‌لاکتیک اسید تولید می‌کنند. پلی‌لاکتیک اسید یک پلیمر سبز است.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۱۲، ۱۱۵، ۱۱۷، ۱۱۸ و ۱۱۹)

۹۶. گزینه ۳ صحیح است.

گروه سولفونات (SO_3^-) موجود در پاک‌کننده‌های غیرصابونی با یون‌های سختی آور رسوب نمی‌دهد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۶ و ۱۱)

۹۷. گزینه ۲ صحیح است.

$$? \text{ mol HA} = 5.4\text{g HA} \times \frac{1 \text{ mol HA}}{27\text{g HA}} = 0.2 \text{ mol HA}$$

$$M_{\text{HA}} = \frac{0.2 \text{ mol}}{0.4 \text{ L}} = 0.5 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

